ECUACIONES

Ecuaciones, Ecuaciones lineales con una variable, Ecuaciones cuadráticas en una variable

COMPETENCIA:
Conocer y aplicar las propiedades de orden de los números reales para solucionar ecuaciones

ELEMENTOS DE LA COMPETENCIA:
Resuelve ecuaciones empleando propiedades de orden.

Los métodos para resolver ecuaciones datan de los tiempos de los babilonios (2000 a.C.).
La forma que tenemos de enunciar que dos cantidades o expresiones son iguales es mediante una ecuación (o igualdad).

p.ej. $2x - 3 = x + 5$ que se denomina ecuación en x

- Observamos que este enunciado tiene dos partes o expresiones separadas por el signo =, una en el lado izquierdo (LI), y otra en el lado derecho (LD).
- Es una expresión de igualdad con una variable, la x.
- La solución, o raíz, de la ecuación es un número a que produce una expresión cierta al sustituirlo por la x, es decir a satisface la ecuación.
- Llamamos ecuaciones equivalentes a un conjunto de ecuaciones que tienen exactamente las mismas soluciones.
- Resolver una ecuación consiste en hallar todas las soluciones de dicha ecuación.
- Una ecuación algebraica en x contiene sólo expresiones algebraicas como polinomios, expresiones racionales, radicales y otras.
- Si todo número de los dominios de las expresiones de una ecuación algebraica es una solución, la ecuación se denomina identidad, p.ej. $x^2+2x+1 = (x+1)^2$. Si hay números que no sean solución, la expresión se llama simplemente ecuación, p.ej. $5x-10 = 2x+8$.
- La ecuación más básica en álgebra es la ecuación lineal, $ax + b = 0, \ \forall a \neq 0$

Generalmente, para resolver ecuaciones, elaboramos una lista de ecuaciones equivalentes (cada una más sencilla que la precedente), terminando con una ecuación cuya solución podemos hallar con facilidad.
- Podemos sumar o restar la misma expresión en ambos lados de la ecuación.
- Podemos multiplicar o dividir ambos lados de una ecuación por una expresión que representa un número real distinto de cero.

MÉTODO:
- Eliminamos paréntesis
- Eliminamos denominadores
- Agrupamos términos semejantes
- Despejamos la variable
- Comprobamos la solución

- Si hay, eliminamos todos los niveles de paréntesis que aparezcan, comenzando por el más interno, resolviendo las operaciones indicadas.
- Si hay, eliminamos todos los denominadores, multiplicando por el m.c.m.(de los denominadores) ambos lados de la ecuación.
- Agrupamos las expresiones con la variable en un lado (generalmente el izquierdo) y las expresiones numéricas en el otro lado.

- Despejamos la variable, obteniendo así la solución.
- Comprobamos si la solución satisface la ecuación propuesta, es decir si aparece una identidad verdadera.
- Si una ecuación contiene expresiones racionales, a menudo eliminamos denominadores multiplicando ambos lados por el m.c.m. de estas expresiones. Si multiplicamos ambos lados por una expresión que es igual a cero para algún valor de x, quizá la ecuación resultante no equivalga a la original.

Una solución de una ecuación que contiene una sola variable es un número que, cuando se substituye por la variable, hace a la ecuación (o desigualdad) verdadera. El conjunto de todas las soluciones se llama conjunto solución.
Cuando se dice que se resuelve una ecuación quiere decir que se encuentra su conjunto solución. Se dice que dos ecuaciones (o dos desigualdades) son equivalentes cuando tienen el mismo conjunto solución.

1. Ecuaciones lineales

Para resolver ecuaciones lineales o su conjunto solución, en la práctica se ha observado que se lleva a cabo lo siguiente:

Sugerencias para despejar ecuaciones lineales
1.- Suma: Lo que está sumando en un miembro pasa al otro restando.
2.- Resta: Lo que está restando en un miembro pasa al otro sumando.
3.- Multiplicación: Lo que está multiplicando en un miembro pasa al otro dividiendo.
4.- División: Lo que está dividiendo en un miembro pasa al otro multiplicando.

Las siguientes propiedades son tan importantes como las sugerencias anteriores:

Propiedades de las ecuaciones lineales
1.- Si a = b, ==> a + c = b + c Propiedad de la adición
2.- Si a = b, ==> a - c = b - c Propiedad de la sustracción
3.- Si a = b, ==> ac = bc Propiedad de la multiplicación
4.- Si a = b, y c $\neq$ 0 ==> $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ Propiedad de la división

Ejemplos:

Determinar el valor numérico de la incógnita en la ecuación y compruebe:

a.	5x - 2(x + 9) = 0	Se eliminan los paréntesis.
	5x - 2x - 18 = 0	Se reducen términos semejantes.
	3x - 18 = 0	Se dejan los términos con x en el primer miembro, los términos independientes (sin x) en el segundo miembro.
	3x = 18	Se aplica la regla de que el coeficiente 3 está multiplicando y pasa dividiendo al otro miembro.
	x = 18/3	Se efectúan operaciones para dejar un valor para x.
	x = 6	

Comprobación: Se sustituye el valor de $x = 6$ en la ecuación de la que se partió:
$5(6) - 2(6 + 9) = 0 \quad 30 - 2(15) = 0 \qquad 30 - 30 = 0$

b. Resuelva $2x - 8 = 5x + 4$ y compruebe
$2x = 5x + 4 + 8$
$2x - 5x = 12$
$-3x = 12$
$x = 12/(-3)$
$x = -4$
Comprobación: $2(-4) - 8 = 5(-4) + 4 \qquad -8 - 8 = -20 + 4 \qquad -16 = -16$

c) $\dfrac{4x-12}{2x} = 8 \Rightarrow 4x - 12 = 2x(8) \Rightarrow 4x - 12 = 16x \Rightarrow 4x - 16x - 12 = 0 \Rightarrow -12x = 12 \Rightarrow x = \dfrac{12}{-12} \Rightarrow x = -1$

Comprobación:
$\dfrac{4(-1)-12}{2(-1)} = 8 \Rightarrow \dfrac{-4-12}{-2} = 8 \Rightarrow \dfrac{-16}{-2} = 8$

2. Ecuaciones Cuadráticas

Una ecuación de segundo grado con una incógnita es cualquier ecuación que se puede escribir de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0$$

Esta forma de escribir la ecuación cuadrática recibe el nombre de forma estándar.

Las ecuaciones de segundo grado se dividen en:

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita
1.- Ecuaciones completas ==> $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$
2.- Ecuaciones incompletas ==> a.- $ax^2 + bx = 0$ con $a \neq 0$ ==> b.- $ax^2 + c = 0$ con $a \neq 0$

Ecuaciones completas de segundo grado

Se les llama ecuaciones completas de segundo grado con una incógnita, aquella operación en que, después de haber realizado las transformaciones y reducciones posibles, se cuenta con un término cuadrático (ax^2), un término lineal (bx) y con un término independiente (c).

Ecuaciones incompletas de segundo grado

En toda ecuación de segundo grado, después de haber hecho las transformaciones y reducciones posibles, debe figurar necesariamente el término de segundo grado, pero puede faltar el término de primer grado o el término independiente; estos casos reciben el nombre de incompleta.

Nota importante: Se hace hincapié que aquí se estudiarán las soluciones reales de las ecuaciones cuadráticas.

2.1. Resolución por Factorización

Para el caso de las ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$, se tendrán dos soluciones o raíces, y pueden resolverse factorizando el primer miembro, si es posible empleando números enteros.

Ejemplos:

Resuelva por factorización, si es posible:

a) $3x^2 - 6x - 24 = 0$

$3x^2 - 6x - 24 = 0$ generalmente más no necesariamente, se busca que el coeficiente a = 1, si no lo es se divide toda la ecuación entre "a" para que lo anterior se cumpla. En este caso, a = 3 por lo que se dividen los dos miembros entre a = 3

$3/3x^2 - 6/3x - 24/3 = 0/3 \Longrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$ se factoriza el primer miembro, si es posible:

$x^2 \underbrace{- 2x}_{-4+2} \overbrace{- 8}^{(-4)(2)}$ ==> $(x - 4)(x + 2) = 0$; aquí se asume que hay dos soluciones, es decir:

$x_1 - 4 = 0 \Longrightarrow x_1 = 4$

$x_2 + 2 = 0 \Longrightarrow x_2 = -2$

Comprobación:

Para $x_1 = 4 \Longrightarrow 3x^2 - 6x - 24 = 0 \Longrightarrow 3(4)^2 - 6(4) - 24 = 0 \Longrightarrow 3(16) - 24 - 24 = 0 \Longrightarrow 48 - 48 \Longrightarrow 0 = 0$

Para $x_2 = -2 \Longrightarrow 3x^2 - 6x - 24 = 0 \Longrightarrow 3(-2)^2 - 6(-2) - 24 = 0 \Longrightarrow 3(4) + 12 - 24 = 0 \Longrightarrow 24 - 24 \Longrightarrow 0 = 0$

b) $2x^2 - 4x - 30 = 0$

$2x^2 - 4x - 30 = 0 \Longrightarrow a = 2$ por lo que se dividen los dos miembros entre a = 2

$2/2x^2 - 4/2x - 30/2 = 0/2 \Longrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$ se factoriza el primer miembro, si es posible:

$x^2 \underbrace{- 2x}_{-5+3} \overbrace{-15}^{(-5)(3)}$ ==> $(x - 5)(x + 3) = 0$; aquí se asume que hay dos soluciones, es decir:

$x_1 - 5 = 0 \Longrightarrow x_1 = 5$

$x_2 + 3 = 0 \Longrightarrow x_2 = -3$

Comprobación:

Para $x_1 = 5 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 30 = 0 \Rightarrow 2(5)^2 - 4(5) - 30 = 0 \Rightarrow 50 - 50 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

Para $x_2 = -3 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 30 = 0 \Rightarrow 2(-3)^2 - 4(-3) - 30 = 0 \Rightarrow 30 - 30 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

c) $2x^2 = 3x$

$2x^2 = 3x \Rightarrow 2x^2 - 3x = 0$ se hará de manera tradicional, se factoriza el primer miembro, si es posible:

$$\overset{-3(0)}{2x^2 - 3x + 0}$$
$$-3 + 0$$

$\Rightarrow (2x - 3)(x + 0) = 0$; aquí se asume que hay dos soluciones, es decir:

$2x_1 - 3 = 0 \Rightarrow 2x_1 = 3 \Rightarrow x_1 = 3/2$

$x_2 + 0 = 0 \Rightarrow x_2 = 0$

Comprobación:

Para $x_1 = 3/2 \Rightarrow 2x^2 = 3x \Rightarrow 2(3/2)^2 = 3(3/2) \Rightarrow 9/2 = 9/2$

Para $x_2 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 3x \Rightarrow 2(0)^2 = 3(0) \Rightarrow 0 = 0$

d) $x^2 - 2x - 1 = 0$, por más que se busquen coeficientes enteros no puede ser factorizada esta ecuación.

e) $3y^2 = 2y \Rightarrow 3y^2 - 2y + 0 = 0 \Rightarrow$

$$\overset{-2(0)}{3y^2 - 2y + 0}$$
$$-2 + 0$$

$\Rightarrow (3y - 2)(y + 0) = 0 \Rightarrow$ que hay dos soluciones, es decir:

$3y_1 - 2 = 0 \Rightarrow y_1 = 2/3$

$y_2 + 0 = 0 \Rightarrow y_2 = 0$

Comprobación:

Para $y_1 = 2/3 \Rightarrow 3y^2 = 2y \Rightarrow 3(2/3)^2 = 2(2/3) \Rightarrow 4/2 = 4/3$

Para $y_2 = 0 \Rightarrow 3y^2 = 2y \Rightarrow 3(0)^2 = 2(0) \Rightarrow 0 = 0$

2.2. Resolución por Raíz cuadrada

Las soluciones o raíces de una ecuación son los valores de las incógnitas que satisfacen a esa ecuación. Las ecuaciones de primer grado con una incógnita admiten una sola solución o raíz. Las ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2 + c = 0$ $a \neq 0$, siempre tienen dos soluciones o raíces, porque existen dos valores de la incógnita que satisfacen a la ecuación. Este método consiste en despejar x para su solución, y después se le extrae la raíz cuadrada de ambos miembros.

Ejemplos:

Resolver por el método de la raíz cuadrada:

a) $x^2 - 36 = 0$

$x^2 - 36 = 0$ pasando el término independiente al segundo miembro ==>

$x^2 = 36$ extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, se obtiene :

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{36} \Rightarrow x_1 = 6; x_2 = -6$$

Comprobación:

Para $x_1 = 6$ ==> $x^2 - 36 = 0$ ==> $(6)^2 - 36 = 0$ ==> $36 - 36 = 0$ ==> $0 = 0$

Para $x_2 = -6$ ==> $x^2 - 36 = 0$ ==> $(-6)^2 - 36 = 0$ ==> $36 - 36 = 0$ ==> $0 = 0$

b) $3x^2 = 15$

$3x^2 = 15$ ==> $x^2 = 15/3$ ==> $x^2 = 5$ extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, se obtiene:

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5} \Rightarrow x_1 = +\sqrt{5}; x_2 = -\sqrt{5} \text{ ==> } x_1 = 2.2360;\ x_2 = -2.2360$$

Comprobación:

Para $x_1 = +\sqrt{5}$ ==> $3x^2 = 15$ ==> $3(\sqrt{5})^2 = 15$ ==> $3(5) = 15$ ==> $15 = 15$

Para $x_2 = -\sqrt{5}$ ==> $3x^2 = 15$ ==> $3(-\sqrt{5})^2 = 15$ ==> $3(5) = 15$ ==> $15 = 15$

c) $3x^2 + 27 = 0$

$3x^2 + 27 = 0$ ===> $3x^2 = -27$ ==> $x^2 = -27/3$ ==> $x^2 = -9$ extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, se obtiene:

$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-9} \Rightarrow x_1 = \pm\sqrt{\text{número\_imaginario}}$ ==> No hay solución real

d) $-8x^2 - 24 = 0$ ==> $+8x^2 + 24 = 0$ ==> $8x^2 = -24$ ==> $x^2 = -24/8$ ==> $x^2 = -3$ extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, se obtiene :

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-3} \Rightarrow x_1 = \pm\sqrt{\text{número\_imaginario}} \text{ ==> No hay solución real}$$

e) $x^2 - 6 = 0$

$x^2 - 6 = 0$ pasando el término independiente al segundo miembro ==>

$x^2 = 6$ extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, se obtiene :

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{6} \Rightarrow x_1 = +\sqrt{6}; x_2 = -\sqrt{6}$$

Comprobación:

Para $x_1 = \sqrt{6}$ ==> $x^2 - 6 = 0$ ==> $(\sqrt{6})^2 - 6 = 0$ ==> $6 - 6 = 0$ ==> $0 = 0$

Para $x_2 = -\sqrt{6}$ ==> $x^2 - 6 = 0$ ==> $(-\sqrt{6})^2 - 6 = 0$ ==> $6 - 6 = 0$ ==> $0 = 0$

Nota importante: los métodos de factorización y de raíz cuadrada son rápidos y sencillos de utilizar sin embargo no siempre pueden emplearse.

2.3. Resolución Completando Trinomio cuadrado perfecto.

Para cualquier ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$, se tendrán dos raíces reales, y pueden resolverse por el método llamado compleción del cuadrado o método de completar el cuadrado, al que algunos autores llaman método de completar el cuadrado perfecto. Este método se basa en el proceso de transformar una ecuación cuadrática de la forma estándar a la forma:

$$(x + A)^2 = B$$

Donde A y B son constantes. Entonces esta última ecuación puede resolverse si tiene una solución real por el método de la raíz cuadrada. Existe una condición para la solución de una ecuación cuadrática por el método de completar el cuadrado y que es que el coeficiente de x^a debe ser uno, es decir $a = 1$

Los pasos para su solución son los siguientes:

Generalmente este método se emplea cuando la ecuación estándar no puede ser factorizada, esto no necesariamente debe ocurrir.

1.- Verificar si "$a = 1$", si es diferente hacerse $a = 1$ quedando una nueva ecuación como $x^2 + Bx + C = 0$, donde se asume que B es diferente de b y C es diferente de c.

2.- Se pasa al segundo miembro al término independiente quedando:

$$x^2 + Bx = -C$$

3.- Se completa el cuadrado, agregando a ambos miembros $(B/2)^2$. Esto último sale de la observación de que $(x + m)^2 = x^2 + 2mx + m^2$ y si fuese $(x - m)^2 = x^2 - 2mx + m^2$, se ve que el tercer término del segundo miembro es el cuadrado de un medio del coeficiente de la x que está en el segundo término de la derecha. Es decir $(x + m)^2 = x^2 + 2mx + (-2/2)^2 m^2$ o bien $(x - m)^2 = x^2 - 2mx + (-2/2)^2 m^2$. Esto da la pauta para completar el cuadrado de la ecuación, sumando el "cuadrado de 1/2 del coeficiente de x" a cada miembro, quedando:

$$x^2 + Bx + \left(\frac{B}{2}\right)^2 = -C + \left(\frac{B}{2}\right)^2$$

Ahora, el lado izquierdo es un cuadrado perfecto.

4.- Se factoriza el primer miembro. Esto es posible dado que el paso anterior dejó un cuadrado perfecto. Quedando la expresión:

$$\left(x \pm \frac{B}{2}\right)^2 = \left(\frac{B}{2}\right)^2 - C$$

5.- Despejar x utilizando el método de raíz cuadrada.

Ejemplos:

a) Resuelva $2x^2 + 2x - 1 = 0$ completando el cuadrado.

Solución:

Paso 1.- Hacer a = 1

$$2/2x^2 + 2/2x - 1/2 = 0 \Longrightarrow x^2 + x - 1/2 = 0$$

Paso 2.- Se pasa al segundo miembro al término independiente

$$x^2 + x = 1/2$$

Paso 3.- Se completa el cuadrado, agregando a ambos miembros $(B/2)^2$

$$x^2 + x + (1/2)^2 = 1/2 + (1/2)^2 \Longrightarrow x^2 + x + 1/4 = 1/2 + 1/4 \Longrightarrow x^2 + x + 1/4 = 3/4$$

Paso 4.- Se factoriza el primer miembro

$$(x + 1/2)\,(x + 1/2) = 3/4$$

P5.- Despejar x utilizando el método de raíz cuadrada

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow x+\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}; x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Donde las soluciones, o raíces son:

$$x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Resuelva $2x^2 - 4x - 3 = 0$ completando el cuadrado.

Solución:

Paso 1.- Hacer a = 1

$$2/2x^2 - 4/2x - 3/2 = 0 \Longrightarrow x^2 - 2x - 3/2 = 0$$

Paso 2.- Se pasa al segundo miembro al término independiente

$$x^2 - 2x = 3/2$$

Paso 3.- Se completa el cuadrado, agregando a ambos miembros $(B/2)^2$

$$x^2 - 2x + (-2/2)^2 = 3/2 + (-2/2)^2 \Longrightarrow x^2 - 2x + 1 = 3/2 + 2/2 \Longrightarrow x^2 - 2x + 1 = 5/2$$

Paso 4.- Se factoriza el primer miembro

$$(x - 1)\,(x - 1) = 5/2$$

Paso 5.- Despejar x utilizando el método de raíz cuadrada

$$(x-1)^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow x-1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow x = \frac{2}{2} \pm \sqrt{\frac{10}{4}} \Rightarrow x = \frac{2}{2} \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$$
$$\Rightarrow x_1 = \frac{2+\sqrt{10}}{2}; x_2 = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$$

Donde las soluciones, o raíces son :

$$x_1 = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow x_1 = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$$
$$x_2 = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \Rightarrow x_2 = \frac{2-\sqrt{10}}{2}$$

c) Resuelva $2x^2 - 4x - 2 = 0$ completando el cuadrado.

Solución:

Paso 1.- Hacer a = 1

$$2/2x^2 - 4/2x - 2/2 = 0 \implies x^2 - 2x - 1 = 0$$

Paso 2.- Se pasa al segundo miembro al término independiente

$$x^2 - 2x = 1$$

Paso 3.- Se completa el cuadrado, agregando a ambos miembros $(B/2)^2$

$$x^2 - 2x + (-2/2)^2 = 1 + (-2/2)^2 \implies x^2 - 2x + 1 = 2$$

Paso 4.- Se factoriza el primer miembro

$$(x - 1)(x - 1) = 2$$

Paso 5.- Despejar x utilizando el método de raíz cuadrada

$$(x-1)^2 = 2 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{2} \Rightarrow x - 1 = \sqrt{2} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x_1 = 1 + \sqrt{2}; x_2 = 1 - \sqrt{2}$$

Donde las soluciones, o raíces son:

$$x_1 = 1 + \sqrt{2}$$
$$x_2 = 1 - \sqrt{2}$$

2.4. Resolución por Fórmula Cuadrática

Fórmula cuadrática
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Esta fórmula puede emplearse para resolver cualquier ecuación cuadrática de números reales, incluyendo aquéllas con coeficiente $a \neq 1$, sobre todo cuando los métodos de la raíz cuadrada y de factorización han fallado.

En esta ecuación la expresión $b^2 - 4ac$ que se encuentra dentro del radical se llama discriminante, y según su resultado arroja cierta información, que se resume en la siguiente tabla:

Discriminante $b^2 - 4ac$	Solución de la Ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$
1.- Positivo	Dos soluciones reales diferentes
2.- Cero	Una solución real, o bien, raíces reales iguales
3.- Negativo	No hay soluciones reales

Ejemplos:

a) $-x^2 - 3x + 15 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 15 = 0 \Rightarrow a = 1; b = 3; c = -15 \Rightarrow$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+60}}{2} = \frac{-3 \pm 8.3066}{2} \Rightarrow$$
$$x_1 = \frac{-3+8.3066}{2} = 2.6533; x_2 = \frac{-3-8.3066}{2} = -5.6533$$

Comprobación:

Para $x_1 = 2.6533 \Rightarrow x^2 + 3x - 15 = 0 \Rightarrow (2.6533)^2 + 3(2.6533) - 15 = 0 \Rightarrow 14.9999 - 15 = 0 \Rightarrow -0.0001 \approx 0$ (que se lee - 0.0001 semejante a 0).

Para $x_2 = -5.6533 \Rightarrow x^2 + 3x - 15 = 0 \Rightarrow (-5.6533)^2 + 3(-5.6533) - 15 = 0 \Rightarrow 31.9598 - 31.9599 = 0 \Rightarrow -0.0001 \approx 0$ hay error debido a que se están empleando números decimales.

b) $3x^2 - 15 = 0 \Rightarrow a = 3, b = 0, c = -15$

$\Rightarrow$ $$x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4(3)(-15)}}{2(3)} = \frac{\pm\sqrt{180}}{6} = \frac{\pm 13.4164}{6} = \pm 2.2360$$

$\Rightarrow x_1 = 2.2360; x_2 = -2.2360$

Comprobación:

Para $x_1 = +2.2360 \Rightarrow 3x^2 = 15 \Rightarrow 3(2.2360)^2 = 15 \Rightarrow 14.9990 \approx 15$

Para $x_2 = -2.2360 \Rightarrow 3x^2 = 15 \Rightarrow 3(-2.2360)^2 = 15 \Rightarrow 14.9990 \approx 15$

c) $2x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow a = 2, b = -4, c = -3 \Rightarrow$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)} = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{4(10)}}{4} = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{2\left(2 \pm \sqrt{10}\right)}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$$
$$\Rightarrow x_1 = \frac{2+\sqrt{10}}{2} = 2.5811; x_2 = \frac{2-\sqrt{10}}{2} = -0.5811$$

Comprobación:

Para $x_1 = 2.5811 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow 2(2.5811)^2 - 4(2.5811) - 3 = 0 \Rightarrow 0.0001 \approx 0$

Para $x_2 = -0.5811 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow 2(-0.5811)^2 - 4(-0.5811) - 3 = 0 \Rightarrow -0.0002 \approx 0$

d) $x^2 - 6x + 11 = 0 \Rightarrow a = 1, b = -6, c = 11 \Rightarrow$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)} = \frac{6 \pm \sqrt{-8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{\text{número\_imaginario}}}{2}$$ $\Rightarrow$ no es un número real por que el discriminante es negativo $\Rightarrow$ No hay soluciones reales.