



UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERIA SECCIONAL BOGOTA
AREA: CIENCIAS BASICAS

CURSO: LÓGICA
MATEMÁTICA

GUIA TEMATICA No.

FECHA: 2022 - II

VERSION:

Página 1 de 17

AREA DE CIENCIAS BASICAS

LÓGICA MATEMÁTICA

**AUTOR: JULIO DAVID GIL QUINTERO
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA,
Ms. EN DOCENCIA E INVESTIGACIÓN UNIVERSITARIA CON ÉNFASIS
EN MATEMÁTICAS**

TEMA: TEORÍA DE LA DEDUCCIÓN PROPOSICIONAL

COMPETENCIAS:

- 1. Utilizar adecuadamente las tautologías para obtener conclusiones válidas.**
- 2. Aplicar correctamente, y con eficiencia, el proceso deducción proposicional.**

TIEMPO: 6 HORAS

CONDUCTA DE ENTRADA:

- 1. Verifique si el siguiente razonamiento es lógicamente válido:**

Si la sobrina mató a la condesa, el perro ladró. Si el mayordomo mató a la condesa, el perro ladró. La sobrina mató a la condesa si el reloj del comedor fue atrasado a propósito. Si el perro ladró y si la condesa se acostó a las once, entonces Sherlock Holmes asesinó a la condesa. El reloj del comedor fue atrasado a propósito y la condesa se acostó a las once. Por lo tanto, la sobrina y Sherlock Holmes asesinaron a la condesa.

Elaboró:

Revisó:

Aprobó:

2. Existen dos hermanos gemelos, uno que siempre dice la verdad y uno que siempre miente. El honesto se llama Luis y el mentiroso, Xavier. Ambos viven en la misma casa, pero en diferente habitación. En la habitación de uno de ellos está escondida una maleta con dinero robado. Ambos saben en dónde está la maleta. Imagina que tú eres un policía en las siguientes condiciones: acabas de llegar a la casa, te encuentras a los gemelos, no sabes cómo distinguir entre ellos, pero sabes cuál es la habitación de Luis y cuál es la de Xavier y tienes toda la información anterior. ¿Cuál de las siguientes preguntas tienes que hacer para saber en qué habitación está escondida la maleta?

a) ¿Es cierto que: si eres Xavier entonces la maleta está en tu cuarto?

b) ¿Es cierto que la habitación de Luis es tuya si y sólo si la maleta está en la habitación de Xavier?

c) ¿Es cierto que eres Xavier o la maleta está en tu habitación?

d) ¿Es cierto que la habitación de Xavier es de Xavier si y sólo si la maleta está en la habitación de Luis?

DESARROLLO DE LA TEMATICA

TEORÍA DE LA DEDUCCIÓN PROPOSICIONAL (INFERENCIA LÓGICA)

Definición: La deducción o inferencia consiste en obtener una conclusión de un conjunto de premisas utilizando las reglas de la lógica.

Reglas de inferencia:

1. Modus Ponendo Ponens (M.P.P)

Utiliza la condicional como su elemento básico.

Si 5 es un número natural entonces 5 es positivo

5 es un número natural

C: 5 es positivo

Simbólicamente:

$p \equiv 5 \text{ es un número natural}$

$q \equiv 5 \text{ es positivo}$

1. $p \rightarrow q$

2. p

C: q

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

Forma lineal: $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

Si no soy jugador de fútbol entonces estudio ingeniería

No soy jugador de fútbol

C: Estudio ingeniería

Simbólicamente

$r \equiv$ Soy jugador de fútbol

$s \equiv$ Estudio ingeniería

1. $\sim r \rightarrow s$

2. $\sim r$

C: s

Forma lineal: $[(\sim r \rightarrow s) \wedge \sim r] \rightarrow s$

2. Modus Tollendo Tollens (M.T.T)

Utiliza la condicional como su elemento básico.

Si Pedro vende televisores entonces es comerciante

Pedro no es comerciante

C: Pedro no vende televisores

Simbólicamente:

$p \equiv$ Pedro vende televisores

$q \equiv$ Pedro es comerciante

1. $p \rightarrow q$

2. $\sim q$

C: $\sim p$

Forma lineal: $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$

Si Sandra es italiana entonces no es latinoamericana

Sandra es latinoamericana

C: Sandra no es italiana

Simbólicamente:

$a \equiv$ Sandra es italiana

$b \equiv$ Sandra es latinoamericana

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

1. $a \rightarrow \sim b$

2. b

C: $\sim a$

Forma lineal: $[(a \rightarrow \sim b) \wedge b] \rightarrow \sim a$

3. Modus Tollendo Ponens (M.T.P)

Utiliza la disyunción como su elemento básico

a) 3 es un número par ó 2 es menor que 10

3 no es un número par

C: 2 es menor que 10

Simbólicamente:

$p \equiv$ 3 es un número par

$q \equiv$ 2 es menor que 10

1. $p \vee q$

2. $\sim p$

C: q

Forma lineal: $[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$

b) Camila es ingeniera o Sicóloga

Camila no es Sicóloga

C: Camila es ingeniera

Simbólicamente:

$a \equiv$ Camila es ingeniera

$b \equiv$ Camila es Sicóloga

1. $a \vee b$

2. $\sim b$

C: a

Forma lineal: $[(a \vee b) \wedge \sim b] \rightarrow a$

1. $\sim m \vee \sim n$

2. n

C: $\sim m$

Forma lineal: $[(\sim m \vee \sim n) \wedge n] \rightarrow \sim m$

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

REGLAS DE LA DEDUCCIÓN PROPOSICIONAL (REGLAS DE LAS PREMISAS)

1. Una premisa se puede utilizar donde y cuantas veces sea necesaria.
2. Una premisa deducida se puede utilizar como una original.
3. Si una conclusión es de la forma $p \rightarrow q$ entonces podemos anexar p al conjunto de premisas para concluir q

Ejemplos:

1. Escriba la conclusión que se puede deducir de cada uno de los siguientes conjuntos de premisas y representela simbólicamente.

- a) Si no bailo, entonces voy a teatro. No bailo
- b) Si 4 no divide a 20 entonces 4 no divide a 16. 4 divide a 16
- c) Son las 4 pm. Si son las 4 pm entonces los bancos están cerrados
- d) Carlos viajó el viernes o el domingo. Carlos no viajó el viernes
- e) María vive en Colombia o en Francia. María no vive en Francia

Solución:

a) Conclusión: Voy a teatro

1. $\sim p \rightarrow q$

2. $\sim p$

C: q

b) Conclusión: 4 divide a 20

1. $\sim p \rightarrow \sim q$

2. q

C: p

c) Conclusión: Los bancos están cerrados

1. p

2. $p \rightarrow q$

C: q

d) Conclusión: Carlos viajó el domingo

1. $p \vee q$

2. $\sim p$

C: q

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

e) Conclusión: María vive en Colombia

$$1. p \vee q$$

$$2. \sim q$$

$$C: p$$

2. Escriba la conclusión en cada uno de los siguientes conjuntos de premisas y determine la regla de inferencia.

a) 1. $\sim a \rightarrow b$

2. $\sim a$

$$C: b \quad \text{M.P.P}$$

b) 1. $\sim p \rightarrow (q \wedge r)$

2. $\sim(q \wedge r)$

$$C: p \quad \text{M.T.T}$$

c) 1. $\sim m$

2. $n \vee m$

$$C: n \quad \text{M.T.P}$$

d) 1. h

2. $h \rightarrow \sim k$

$$C: \sim k \quad \text{M.P.P}$$

e) 1. $p \wedge q$

2. $(p \wedge q) \rightarrow r$

$$C: r \quad \text{M.P.P}$$

f) 1. $z \vee \sim w$

2. $\sim z$

$$C: \sim w \quad \text{M.T.P}$$

3. Demuestre que las conclusiones de los siguientes argumentos se deducen a partir de las premisas dadas.

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

a) Si el programa de María es correcto, entonces podrá terminar su tarea de ciencias de la computación en menos de dos horas. María tarda más de dos horas en terminar su tarea de ciencias de la computación. Por lo tanto, el programa de María es incorrecto.

$p \equiv$ El programa de María es correcto

$q \equiv$ María podrá terminar su tarea de ciencias de la computación en menos de dos horas

1. $p \rightarrow q$ C: $\sim p$

2. $\sim q$

3. $\sim p$ M.T.T (1,2)

b) Las llaves de la moto de Carlos están en su bolso o sobre la mesa de la sala. Las llaves de la moto de Carlos no están sobre la mesa de la sala. Por lo tanto, las llaves de la moto de Carlos están en su bolso.

1. $p \vee q$

2. $\sim q$ C: p

3. p M.T.P (1,2)

c) Si Julieth trabaja entonces tiene dinero. Julieth se va de vacaciones o se queda en Bogotá. Además, Si Julieth tiene dinero entonces no se queda en Bogotá. Se sabe que Julieth trabaja. Por lo tanto, Julieth se va de vacaciones.

$p \equiv$ Julieth trabaja

$q \equiv$ Julieth tiene dinero

$r \equiv$ Julieth se va de vacaciones

$s \equiv$ Julieth se queda en Bogotá

1. $p \rightarrow q$

2. $r \vee s$ C: r

3. $q \rightarrow \sim s$

4. p

5. q M.P.P (1,4)

6. $\sim s$ M.P.P (3,5)

7. r M.T.P (2,6)

d) El circo llegó a Cali. Si el circo llegó a Cali entonces se ubicó en la plaza o frente a la iglesia. Si el circo se ubicó en la plaza, el alcalde fue a la inauguración. Sin embargo, el alcalde no fue a la inauguración. Por lo tanto, el circo se ubicó frente a la iglesia.

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

$p \equiv$ El circo llegó a Cali
 $q \equiv$ El circo se ubicó en la plaza
 $r \equiv$ El circo se ubicó frente a la iglesia
 $s \equiv$ El alcalde fue a la inauguración

1. p
2. $p \rightarrow (q \vee r)$ $C:r$
3. $q \rightarrow s$
4. $\sim s$

-
5. $q \vee r$ $M.P.P$ (1,2)
 6. $\sim q$ $M.T.T$ (3,4)
 7. r $M.T.P$ (5,6)

e) Si Juana desarrolla su capacidad mental, la lógica matemática estudia el razonamiento. Si somos personas argumentativas entonces Juana desarrolla su capacidad mental. Somos personas argumentativas o facilistas. Se sabe que no somos personas facilistas. En conclusión: La lógica matemática estudia el razonamiento.

$p \equiv$ Juana desarrolla su capacidad mental
 $q \equiv$ La lógica matemática estudia el razonamiento
 $r \equiv$ Somos personas argumentativas
 $s \equiv$ Somos personas facilistas

1. $p \rightarrow q$
2. $r \rightarrow p$ $C:q$
3. $r \vee s$
4. $\sim s$

-
5. r $M.T.P$ (3,4)
 6. p $M.P.P$ (2,5)
 7. q $M.P.P$ (1,6)

Otras reglas de la lógica

Simplificación Conjuntiva

Ejemplo: La silla es grande y negra

C : La silla es grande

C : La silla es negra

$p \equiv$ La silla es grande
 $q \equiv$ La silla es negra

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

1. $p \wedge q$

$C: p$

$C: q$

Simplificación Disyuntiva

Ejemplo: La física nuclear es difícil o difícil

$C: \text{La física nuclear es difícil}$

$p \equiv \text{La física nuclear es difícil}$

1. $p \vee p$

$C: p$

Adjunción

Ejemplo: 5 es un número natural

5 es un número impar

$C: \text{5 es un número natural e impar}$

$C: \text{5 es un número natural o impar}$

$a \equiv \text{5 es un número natural}$

$b \equiv \text{5 es un número impar}$

1. a

2. b

$C: a \wedge b$

$C: a \vee b$

Amplificación Disyuntiva

Ejemplo: El mar es profundo

$C: \text{El mar es profundo o}$

$C: \text{El mar es profundo o hoy es lunes}$

$C: \text{El mar es profundo o } 5 \times 8 = 40$

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

$p \equiv$ El mar es profundo

1. p

$C: p \vee q$, Donde q es cualquier proposición que necesitemos en el proceso de deducción

Silogismo Hipotético

Ejemplo: Si el helado es de arequipe entonces es dulce
Si el helado es dulce entonces produce sed

C: Si el helado es de arequipe entonces produce sed

$p \equiv$ El helado es de arequipe

$q \equiv$ El helado es dulce

$r \equiv$ El helado produce sed

1. $p \rightarrow q$

2. $q \rightarrow r$

$C: p \rightarrow r$

Silogismo Disyuntivo

a)

Ejemplo: Si el perro ladra entonces muerde
Si el gato es mamífero, tiene 4 patas
El perro ladra o el gato es mamífero

C: El perro muerde o el gato tiene 4 patas

$p \equiv$ El perro ladra

$q \equiv$ El perro muerde

$r \equiv$ El gato es mamífero

$s \equiv$ El gato tiene 4 patas

1. $p \rightarrow q$

2. $r \rightarrow s$

3. $p \vee r$

$C: q \vee s$

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

b)

Ejemplo: Si hoy es lunes entonces Pedro sale a trotar.
Si Sandra es ingeniera entonces es profesional.
Pedro no sale a trotar o Sandra no es profesional.

C: Hoy no es lunes o Sandra no es ingeniera

$p \equiv$ Hoy es lunes

$q \equiv$ Pedro sale a trotar

$r \equiv$ Sandra es ingeniera

$s \equiv$ Sandra es profesional

1. $p \rightarrow q$

2. $r \rightarrow s$

3. $\sim q \vee \sim s$

C: $\sim p \vee \sim r$

Doble negación

Ejemplo: No entiendo nada

C: Entiendo

$p \equiv$ Entiendo

1. $\sim(\sim p)$

C: p

La regla de la doble negación también se puede expresar:

Ejemplo: Mañana se casa Luisa

C: Es falso que mañana no se case luisa

$p \equiv$ Mañana se casa Luisa

1. p

C: $\sim(\sim p)$

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

Conmutativa

a)

Ejemplo: En Colombia se habla español y en Francia francés

C: En Francia se habla francés y en Colombia español

$p \equiv$ En Colombia se habla español

$q \equiv$ En Francia se habla francés

1. $p \wedge q$

C: $q \wedge p$

b)

Ejemplo: Camila estudia o trabaja

C: Camila trabaja o estudia

$p \equiv$ Camila estudia

$q \equiv$ Camila trabaja

1. $p \vee q$

C: $q \vee p$

Leyes de Morgan

a)

Ejemplo: Es falso que: Las hormigas trabajan de noche y de día

C: Las hormigas no trabajan de noche o no trabajan de día

$p \equiv$ Las hormigas trabajan de noche

$q \equiv$ Las hormigas trabajan de día

1. $\sim(p \wedge q)$

C: $\sim p \vee \sim q$

$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$

Elaboró:

Revisó:

Aprobó:

b)

Ejemplo: Es falso que: $5 \times 8 = 40$ ó 50

$$\overline{C: 5 \times 8 \neq 40 \text{ y } 5 \times 8 \neq 50}$$

$$p \equiv 5 \times 8 = 40$$

$$q \equiv 5 \times 8 = 50$$

$$1. \sim(p \vee q)$$

$$C: \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Ejemplo: Demuestre que la conclusión se deduce a partir de las premisas dadas:

a) Si 4 divide a 8 y 8 divide a 16 entonces 4 divide a 16. 4 no divide a 16. Por lo tanto, 4 no divide a 8 ó 8 no divide a 16.

$$p \equiv 4 \text{ divide a } 8$$

$$q \equiv 8 \text{ divide a } 16$$

$$r \equiv 4 \text{ divide a } 16$$

$$1. (p \wedge q) \rightarrow r \quad C: \sim p \vee \sim q$$

$$2. \sim r$$

$$3. \sim(p \wedge q) \quad M.T.T \ (1,2)$$

$$4. \sim p \vee \sim q \quad \text{Ley de Morgan} \ (3)$$

b) Es falso que la música o el deporte son malas para la salud. Si Juan hace deporte entonces tiene buena salud. La música es mala para la salud o Juan hace deporte. Además, si el fútbol es malo para la salud entonces Juan no tiene buena salud. Si el fútbol no es malo para la salud, Juan lo practica. Por lo tanto, Juan practica el fútbol.

$$p \equiv \text{La música es mala para la salud}$$

$$q \equiv \text{El deporte es malo para la salud}$$

$$r \equiv \text{Juan hace deporte}$$

$$s \equiv \text{Juan tiene buena salud}$$

$$t \equiv \text{El fútbol es malo para la salud}$$

$$u \equiv \text{Juan practica el fútbol}$$

Elaboró:

Revisó:

Aprobó:

1. $\sim(p \vee q)$
 2. $r \rightarrow s$
 3. $p \vee r$ $C: u$
 4. $t \rightarrow \sim s$
 5. $\sim t \rightarrow u$
-
6. $\sim p \wedge \sim q$ *Ley de Morgan* (1)
 7. $\sim p$ *Simplificación conjuntiva* (6)
 8. r *M.T.P* (3,7)
 9. s *M.P.P* (2,8)
 10. $\sim t$ *M.T.T* (4,9)
 11. u *M.P.P* (5,10)

c) Si el auto va a 100 km/hora entonces el viento se siente fuerte. Si el viento se siente fuerte entonces Camila sube el vidrio y se duerme. Camila no sube el vidrio o se pone las gafas. Si se pone las gafas entonces ve mejor el camino. El auto va a 100 km/hora y estable. En consecuencia: Camila ve mejor el camino y el auto va estable.

EJERCICIOS DE AUTOCOMPROBACIÓN

Demuestre que la conclusión se deduce a partir de las premisas dadas:

1. Si los precios son altos entonces los salarios son altos. Los precios son altos o hay control de precios. Además, si hay control de precios entonces no hay inflación. Sin embargo, hay inflación. En consecuencia, los salarios son altos.
2. Si Pedro va a la carrera de autos, entonces Claudia se enojará. Si Luis juega cartas toda la noche, entonces Sandra se enojará. Si Claudia o Sandra se enojan, le avisarán a Luisa (su abogado). Luisa no ha tenido noticias de estas dos clientes. En consecuencia, ni Pedro fue a la carrera de autos ni Luis jugó cartas toda la noche.
3. Si Diana obtiene el puesto de supervisor y trabaja mucho entonces obtendrá un aumento. Si obtiene el aumento, comprará un auto nuevo. Ella no ha adquirido un auto nuevo. Por lo tanto, Diana no ha obtenido el puesto de supervisor o no ha trabajado mucho.
4. Si la sobrina mató a la condesa, el perro ladró. Si el mayordomo mató a la condesa, el perro ladró. La sobrina mató a la condesa si el reloj del comedor fue atrasado a propósito. Si el perro ladró y si la condesa se acostó a las once, entonces Sherlock Holmes asesinó

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

a la condesa. El reloj del comedor fue atrasado a propósito y la condesa se acostó a las once. Por lo tanto, la sobrina y Sherlock Holmes asesinaron a la condesa.

5. Si la banda no pudiera tocar vallenato o las bebidas no llegasen a tiempo, entonces la fiesta de navidad tendría que cancelarse y Luisa se enojaría. Si la fiesta se cancelara, habría que devolver el dinero. No se devolvió el dinero. Por lo tanto, la banda pudo tocar vallenato.

6.

a)

1. $c \vee \sim b$
2. $a \rightarrow e$
3. $a \vee b$
4. $\sim d$
5. $c \rightarrow d$

C: e

b.

1. $p \vee q$
2. $q \rightarrow \sim r$
3. $\sim p$
4. $s \rightarrow r$

C: $\sim s$

c.

1. $p \rightarrow q$
2. $\sim q$
3. $p \vee r$
4. $s \rightarrow t$
5. $r \rightarrow s$

C: t

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

d.

1. $c \vee d$
2. $a \rightarrow b$
3. $b \rightarrow \sim c$
4. a

C: d

e.

1. $r \rightarrow s$
2. $s \rightarrow t$
3. $m \rightarrow n$
4. $r \vee m$
5. $\sim t$

C: n

f.

1. $a \vee b$
2. $b \rightarrow c$
3. $\sim a$
4. $c \rightarrow \sim d$
5. $d \vee e$
6. $e \rightarrow f$

C: f

g.

1. $(\sim p \vee q) \rightarrow r$
2. $r \rightarrow (s \vee t)$
3. $\sim s \wedge \sim u$
4. $\sim u \rightarrow \sim t$

C: p

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------

h.

1. $\sim f \rightarrow \sim e$
2. $(\sim a \vee b) \rightarrow c$
3. $c \rightarrow (d \vee e)$
4. $\sim d \wedge \sim f$

C: a

i.

1. $h \rightarrow z$
2. $(\sim m \vee \sim n) \rightarrow (h \wedge w)$
3. $\sim z$

C: m

j.

1. $p \rightarrow r$
2. $\sim t \rightarrow q$
3. $p \vee \sim t$
4. $q \rightarrow s$

C: $r \vee s$

BIBLIOGRAFÍA

Grimaldi, R. Matemáticas Discretas. (1998). México: Editorial Pearson – Prentice Hall

Barco, C., Aristizábal, W. (1998). Matemática Digital. Editorial McGraw Hill

Grassmann, W. (1998). Matemática Discreta y Lógica. Editorial Prentice Hall

Allendoerfer, C. Matemáticas Universitarias. (1991). Editorial McGraw Hill

Negrete, J. Lógica Elemental. (1994) Editorial Limusa

Liu, C. Elementos de Matemáticas Discretas. (1995). Editorial McGraw Hill

Elaboró:	Revisó:	Aprobó:
----------	---------	---------