



## EJERCICIOS PROPUESTOS

Utilizando la técnica de sustitución trigonométrica realizar las siguientes integrales

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{25-9x^2}}$$

$$2. \int \frac{z}{z^4+1} dz$$

$$3. \int \frac{dy}{\sqrt{16-9y^4}}$$

$$4. \int \frac{x}{\sqrt{16-9x^4}} dx$$

$$5. \int \frac{y}{4-4y-y^2} dy$$

$$6. \int \frac{3z+2}{\sqrt{5+2z-z^2}} dz$$

$$7. \int \frac{e^z}{e^{2z}+3e^z+2} dz$$

$$8. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-1}}$$

$$9. \int \frac{y}{(9-8y-y^2)^{\frac{3}{2}}} dy$$

$$10. \int \frac{z^3}{\sqrt{2-3z^2}} dz$$



### FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Los radicales en un integrando siempre son problemáticos y en general, tratamos de librarnos de ellos. Con frecuencia una sustitución apropiada racionalizará el integrando (buscar eliminar el radical).

Para integrandos que incluyan  $\sqrt[n]{ax+b}$  la sustitución  $\sqrt[n]{ax+b}$  eliminará el radical.

Para racionalizar las expresiones  $\sqrt{a^2 - x^2}$ ,  $\sqrt{a^2 + x^2}$  y  $\sqrt{x^2 - a^2}$ ; podemos suponer que  $a$  es positiva y hacer las siguientes sustituciones trigonométricas:

Radical	Sustitución	Restricción
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x = a \operatorname{sent}$	$-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{a^2 + x^2}$	$x = a \operatorname{tant}$	$-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x = a \operatorname{sect}$	$0 \leq t \leq \pi, t \neq \frac{\pi}{2}$

### EJERCICIOS DE ESTUDIO

Integrar

1.  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x} dx$

2.  $\int \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x^2} dx$

3.  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 25}} dx$

4.  $\int \frac{1}{x \sqrt{9 + x^2}} dx$

5.  $\int \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$

6.  $\int \frac{1}{(x^2 - 1)^{\frac{3}{2}}} dx$

7.  $\int \frac{x}{x^2 + 9} dx$

8.  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}} dx$

9.  $\int x \sqrt{x + 1} dx$

10.  $\int \frac{t}{\sqrt{3t + 4}} dt$

11.  $\int \frac{dt}{\sqrt{t + e}}$

12.  $\int t (3t + 2)^{\frac{3}{2}} dt$

13.  $\int \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x} dx$

14.  $\int \frac{dx}{(x^2 + 4)^{\frac{3}{2}}}$

15.  $\int \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t^3} dt$

16.  $\int \frac{2z - 3}{\sqrt{1 - z^2}} dz$

17.  $\int x^3 \sqrt{x + \pi} dx$

18.  $\int \frac{x^2 + 3x}{\sqrt{x + 4}} dx$



# UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA

FACULTAD DE INGENIERIA SECCIONAL BOGOTA

AREA: DE CIENCIAS BASICAS

CÁLCULO INTEGRAL

$$19. \int \frac{\sqrt{t}}{t+1} dt$$

$$20. \int x(1-x^2)^{\frac{2}{3}} dx$$

$$21. \int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} dx$$

$$22. \int \frac{dt}{t^2 \sqrt{t^2-1}}$$

$$23. \int \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt$$

$$24. \int \frac{\pi x - 1}{\sqrt{x^2 + \pi^2}} dx$$

$$25. \int \sqrt{9-4x^2} dx$$

$$26. \int \frac{x^3}{\sqrt{9x^2+49}} dx$$

$$27. \int \frac{(4+x^2)^2}{x^3} dx$$

$$28. \int \frac{1}{\sqrt{4x^2-25}} dx$$

$$29. \int \frac{1}{x\sqrt{25x^2+16}} dx$$

$$30. \int \frac{1}{(16-x^2)^{\frac{5}{2}}} dx$$

Utilice el método de completar el cuadrado, junto con una sustitución trigonométrica, si es necesaria, para calcular la integral:

$$31. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$$

$$32. \int \frac{3x}{\sqrt{x^2+2x+5}} dx$$

$$33. \int \sqrt{5-4x-x^2} dx$$

$$34. \int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$$

$$35. \int \frac{2x+1}{x^2+2x+2} dx$$

$$36. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$$

$$37. \int \frac{2x-1}{x^2-6x+18} dx$$

$$38. \int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+4x+5}} dx$$

$$39. \int \frac{dx}{\sqrt{16+6x-x^2}}$$

$$40. \int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}} dx$$



## UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA

FACULTAD DE INGENIERIA SECCIONAL BOGOTA  
AREA: DE CIENCIAS BASICAS  
CÁLCULO INTEGRAL

### BIBLIOGRAFÍA

- Budnicks, Frank. Matemáticas aplicadas. Editorial Mc Graw Hill. 1995
- Eslava, Maria E. Matemáticas Universitarias. Editorial Mc Graw Hill. 1990.
- Haeussler, Ernest y Paul, Richard S. Matemáticas para Administración y Economía. Editorial Iberoamérica. Quinta Edición. 2007
- Haussler, Ernest E y Paul S, Richard. Matemáticas para administración y economía. Grupo Editorial Iberoamérica. 1992
- Leithold, Louis. Álgebra y trigonometría con geometría analítica. Editorial Harla. 1998.
- Purcell – Valberg \_Rigdon, Cálculo. Editorial Pearson. Octava Edición. 2001
- Stewart, James. Cálculo Conceptos y contextos. Editorial Thomson. Sexta Edición. 2012
- Stewart. Precálculo. Matemáticas para el cálculo. Sexta Edición. 2012
- Swokowski, Eael W. Álgebra y trigonometría con geometría analítica. Grupo editorial Iberoamericano. 2000.
- Swokowski, Eael W. Cálculo. Grupo editorial Iberoamericano. 2002
- Thomas, G., Finney R. Cálculo una variable. Novena edición. 2006

### WEBGRAFIA

- [www.matematicatuya.com](http://www.matematicatuya.com)
- <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ciencias/2001285/index.html>
- <http://148.216.10.84/DIFERENCIAL/INDEX.HTM>
- <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/course/view.php?id=351>
- <http://www.mat.uson.mx/eduardo/calculo1/>
- <http://calculo.tripod.com/>